

Les polynômes du second degré – Exercices - Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

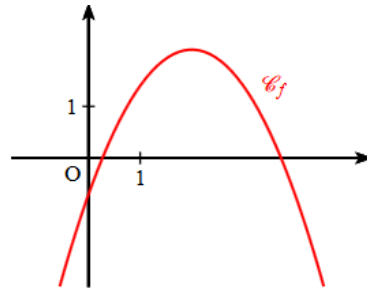
Dans chaque cas, écrire le trinôme sous sa forme canonique.

- | | | |
|-------------------|--------------------|----------------------|
| 1) $x^2 + 6x - 8$ | 3) $2x^2 + 6x + 4$ | 5) $3x^2 + 12x + 12$ |
| 2) $x^2 - 5x + 3$ | 4) $-x^2 + x + 3$ | 6) $-x^2 + 7x - 10$ |

Exercice 2 corrigé disponible

On considère un trinôme du second degré P défini sur \mathbb{R} par : $P(x) = ax^2 + bx + c$.

La représentation graphique de P est donnée ci-contre. En utilisant celle-ci, choisir pour chacune des questions suivantes la seule réponse exacte. On se justifiera.



- Le coefficient a est :
a) strictement positif b) strictement négatif c) on ne peut pas savoir
- Le coefficient b est :
a) strictement positif b) strictement négatif c) on ne peut pas savoir
- Le coefficient c est :
a) strictement positif b) strictement négatif c) on ne peut pas savoir
- Le discriminant Δ est :
a) strictement positif b) strictement négatif c) on ne peut pas savoir
- La somme des coefficients $a + b + c$ est :
a) strictement positif b) strictement négatif c) on ne peut pas savoir

1/4

Exercice 3 corrigé disponible

Trouver une racine évidente dans les équations suivantes et en déduire l'autre solution sans calculer le discriminant.

- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| 1) $x^2 - 7x + 6 = 0$ | 5) $x^2 + x - 6 = 0$ |
| 2) $-3x^2 + 2x + 5 = 0$ | 6) $x^2 + 5x + 4 = 0$ |
| 3) $x^2 + 3x - 10 = 0$ | 7) $2x^2 + x\sqrt{5} - 15 = 0$ |
| 4) $x^2 - x\sqrt{2} - 4 = 0$ | 8) $x^2 - 8x + 15 = 0$ |

Exercice 4 corrigé disponible

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes à l'aide du discriminant Δ :

- | | |
|------------------------|--------------------------------|
| 1) $x^2 - x - 6 = 0$ | 6) $1 - t - 2t^2 = 0$ |
| 2) $x^2 + 2x - 3 = 0$ | 7) $x^2 + x - 1 = 0$ |
| 3) $x^2 - x + 2 = 0$ | 8) $2x^2 + 12x + 18 = 0$ |
| 4) $-x^2 + 2x - 1 = 0$ | 9) $-3x^2 + 7x + 1 = 0$ |
| 5) $y^2 + 5y - 6 = 0$ | 10) $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$ |

Exercice 5 corrigé disponible

- Vérifier que -1 est solution de l'équation : $x^2 + 3x + 2 = 0$
- Quelle est la somme et le produit des racines ?
- En déduire l'autre solution.

Exercice 6 corrigé disponible

- Vérifier que 2 est solution de l'équation : $x^2 - 5x + 6 = 0$
- Quelle est la somme et le produit des racines ?
- En déduire l'autre solution.

Exercice 7 corrigé disponible

Résoudre les inéquations suivantes :

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| 1) $x^2 - 3x + 2 > 0$ | 7) $x(x - 2) < 0$ |
| 2) $x^2 + 4 \geq 0$ | 8) $x^2 + 7x + 12 \geq 0$ |
| 3) $m^2 + m - 20 \leq 0$ | 9) $-2x^2 - x + 4 > 0$ |
| 4) $x^2 - x + 1 < 0$ | 10) $2x^2 - 24x + 72 \leq 0$ |
| 5) $3x^2 + 18x + 27 > 0$ | 11) $x^2 + 4x - 12 < 0$ |
| 6) $-x^2 - 9 \geq 0$ | 12) $x^2 - 5x + 7 > 0$ |

Exercice 8 corrigé disponible

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = x^3 + 5x^2 - 12x + 6$$

- Déterminer une racine évidente pour $g(x)=0$
- Factoriser $g(x)$
- Résoudre $g(x)=0$ sur \mathbb{R}

Exercice 9 corrigé disponible

Résoudre les équations bicarrées suivantes en posant $u = x^2$:

$$x^4 - 12x^2 + 27 = 0 \quad ; \quad x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

Exercice 10 corrigé disponible

- Résoudre l'équation $2x^2 + 5x + 2 = 0$.
- En utilisant un changement d'inconnue, en déduire les solutions de l'équation
$$\frac{2}{(x-1)^2} + \frac{5}{x-1} + 2 = 0$$
- Par une méthode analogue, résoudre l'équation $x + 5\sqrt{x} - 3 = 0$.

Exercice 11 corrigé disponible

On considère le trinôme suivant : $(m+3)x^2 + 2(3m+1)x + (m+3)$.
Pour quelles valeurs de m ce trinôme a-t-il une racine double ? Calculer alors cette racine.

Exercice 12 corrigé disponible

On considère l'équation $2x^2 - (m+2)x + m - 2 = 0$.

- Calculer m pour que l'une des solutions soit égale à 3.
- En déduire l'autre solution de l'équation.

Exercice 13 corrigé disponible

Les 3 questions sont indépendantes.

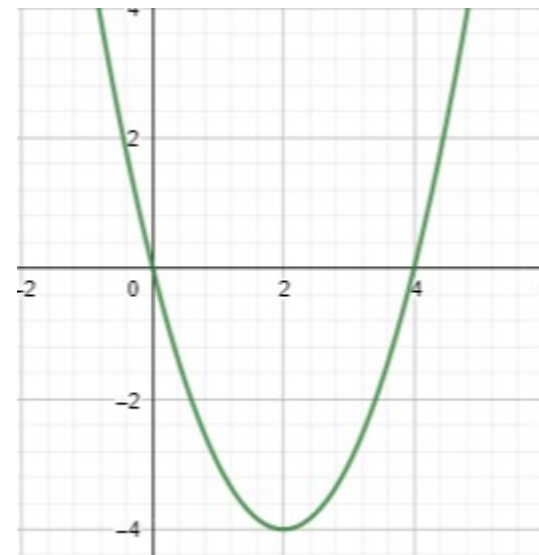
1. Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 4x^2 - 8x - 5$
Déterminer la forme canonique, la forme factorisée de f.

En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$

2. Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -3x^2 - 18x - 20$

Déterminer la forme canonique et dresser son tableau de variation.

3. Soit la fonction h définie sur \mathbb{R} ; dont la représentation graphique est donnée ci-dessous ; déterminer une expression de h.



Exercice 14 corrigé disponible

Résoudre dans \mathbb{R}

- $x - 5\sqrt{x} - 14 = 0$
- $\sqrt{x+5} = 1 - x$
- $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x-1}$

Exercice 15 corrigé disponible

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 4x^3 + 9x^2 - 16x - 36$

1. Montrer que -2 est racine de f ; en déduire la factorisation de $f(x)$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.

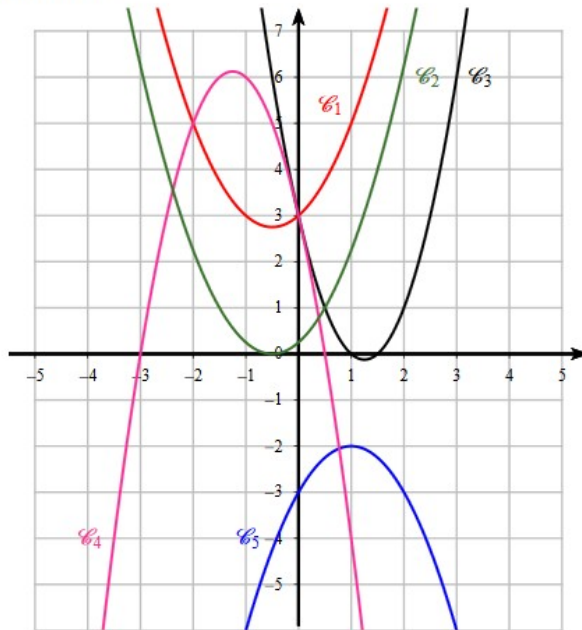
Exercice 16 corrigé disponible

La somme du carré d'un nombre et du carré de son inverse est égale à $\frac{97}{36}$.
Quel(s) est(sont) ce(s) nombre(s) ?

Exercice 17 corrigé disponible

Sur le graphique ci-dessous, on donne 5 paraboles. Attribuer à chacune de ces courbes la fonction qui lui est associée. On se justifiera.

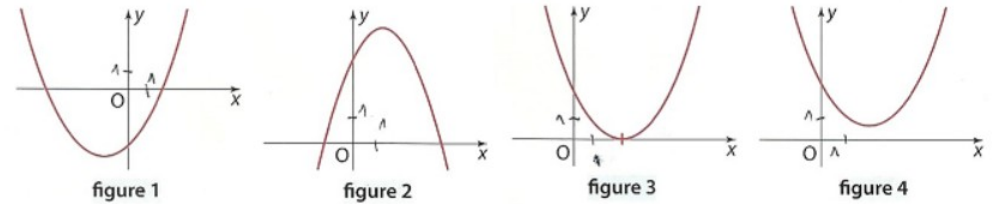
- a) $f_1(x) = -x^2 + 2x - 3$
- b) $f_2(x) = x^2 + x + 3$
- c) $f_3(x) = 2x^2 - 5x + 3$
- d) $f_4(x) = -2x^2 - 5x + 3$
- e) $f_5(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$



Exercice 18 corrigé disponible

Voici quelques paraboles représentant des fonctions trinômes définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Dans chacune des figures suivantes, indiquer, **sans aucune justification**, le signe des réels a et Δ .



Déterminer, pour la courbe de la figure 1, le signe du réel c . *Indication* : quelle est l'image de 0 par f ?

Exercice 19 corrigé disponible

x et a ($a \neq 0$) sont deux réels et n ($n \neq 0$) est un entier naturel.

- 1) a) Démontrer que : $x^n - 1 = (x - 1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x^2 + x + 1)$
b) Écrire cette expression avec le symbole de sommation : Σ
- 2) En posant $u = \frac{x}{a}$, vérifier que $x^n - a^n = a^n(u^n - 1)$
- 3) a) En déduire que : $x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$
b) Écrire cette expression avec le symbole de sommation : Σ

Exercice 20 corrigé disponible

Résoudre les inéquations suivantes

- 1) $\frac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 + x - 2} > 0$
- 2) $(2x - 1)^2 > (x + 1)^2$
- 3) $(x + 3)(x - 1) < 2x + 6$
- 4) $\frac{x + 3}{1 - x} \geq -5x + 3$

Exercice 21 corrigé disponible

Dans chacun des cas suivants. déterminer un trinôme P du second degré tel que :

- a) P admet pour racines les nombres 4 et 7.
- b) P admet une racine double égale à -5.
- c) P admet pour racines les nombres -9 et 8 et admet un maximum sur \mathbb{R} .
- d) P n'admet aucune racine et admet un maximum sur \mathbb{R} .
- e) La courbe représentative de P admet la droite d'équation $x = -5$ comme axe de symétrie et P admet un minimum sur \mathbb{R} .

Exercice 22 corrigé disponible

Déterminer le tableau de variation des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 2(x - 4)^2 + 3$ 2) $f(x) = -3(x + 1)^2 - 5$ 3) $f(x) = x(x - 8)$

Exercice 23 corrigé disponible

Dites si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. On justifiera chaque réponse. Une réponse sans justification ne rapportera aucun point.

1) Si $\frac{5(x+2)}{x-1} > 0$ alors $(x+2)(x-1) > 0$

2) Si $x^2 < 16$ alors $x \in]-\infty ; 4[$

Exercice 24 corrigé disponible

Soit x un nombre réel.

1. L'affirmation « Si $x^2 \geq 9$ alors $x \geq 3$ » est-elle vraie ?
2. Écrire une proposition équivalente à : $x^2 \geq 9$.

Exercice 25 corrigé disponible

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $(x-3)^2 = 25$.
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $(1-2x)^2 \geq 9$.

Exercice 26 corrigé disponible

Résoudre les inéquations suivantes

1) $-3x^2 + 5x - 8 \leq 0$

2) $2x^2 - 7x + 5 < 0$

3) $\frac{2x+1}{x+2} \leq 3x$