

Fonctions trigonométriques – Fiche de cours

1. Le cercle trigonométrique, radian et mesure principale

Le cercle trigonométrique a pour centre l'origine du repère et pour rayon 1

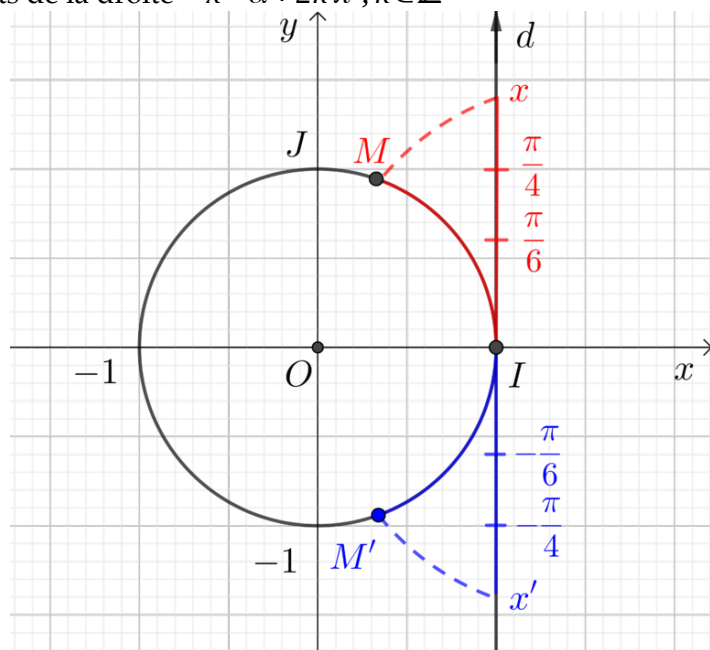
Le radian est une unité d'angle avec $\pi \text{ (rd)} = 180^\circ$

La mesure principale d'un angle α est définie par $\alpha \in]-\pi; \pi]$

2. La droite des réels

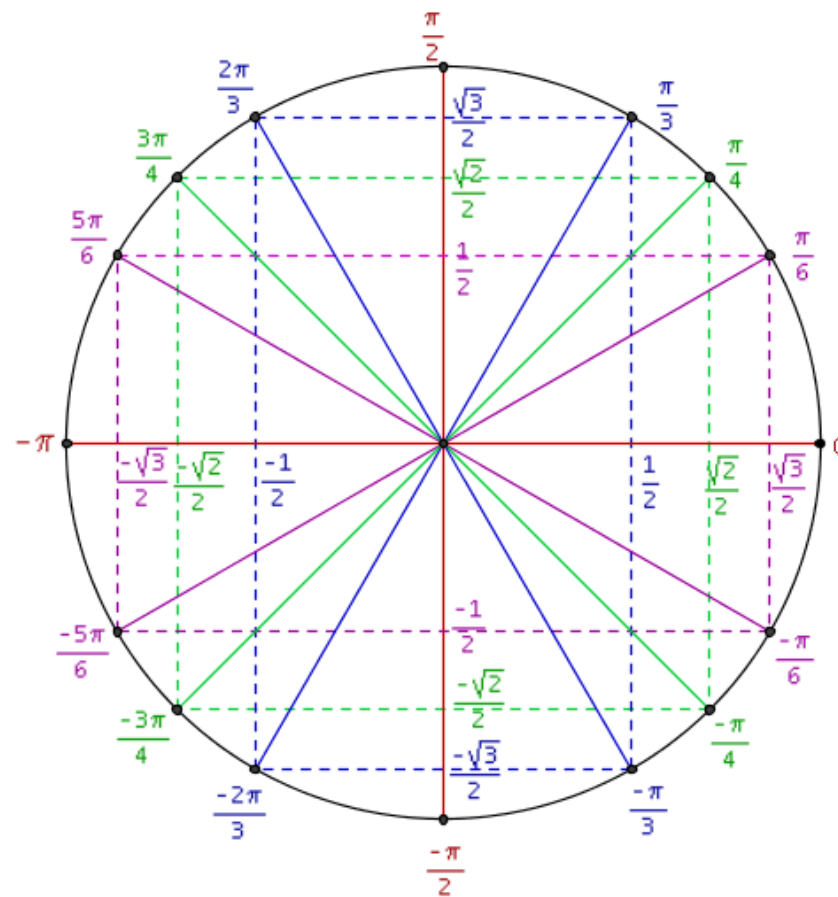
Par enroulement de la droite des réels sur le cercle trigonométrique :

- tout point de la droite d'abscisse x est associé à un unique point d'abscisse α du cercle
- tout point du cercle d'abscisse α est associé à une infinité de points de la droite $x = \alpha + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$



3. Cosinus et sinus d'un réel

Un point M sur le cercle a pour coordonnées $M(\cos x; \sin x)$



4. Formules de trigonométrie

a. Ligne trigonométrique

$$\cos^2 a + \sin^2 a = 1$$

b. Angles associés

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

5. Equations trigonométriques

a. $\cos x = \cos a$

Cas 1: $x_1 = a + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

Cas 2: $x_2 = -a + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

b. $\sin x = \sin a$

Cas 1: $x_1 = a + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

Cas 2: $x_2 = \pi - a + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

6. Fonction cosinus

a. Définition et propriétés

$\cos x$ est l'abscisse d'un point M situé sur le cercle trigonométrique

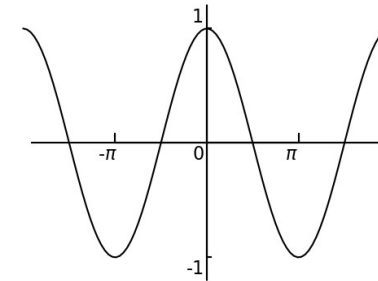
- **domaine de définition**: $\cos x$ est définie $\forall x \in \mathbb{R}$
- **propriété**: $\forall x \in \mathbb{R} \quad -1 \leq \cos x \leq 1$
- **périodicité**: $\cos x = \cos(x + 2\pi)$ fonction 2π -périodique
- **parité**: $\cos x = \cos(-x)$ fonction paire
- **signe**: $\cos x \geq 0$ pour $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

b. Tableau de variations

Etude réduite à $x \in [0; \pi]$ car $\cos x$ fonction paire et 2π -périodique

x	0	π
$f(x) = \cos(x)$	1	-1

c. Représentation graphique



7. Fonction sinus

a. Définition et propriétés

$\sin x$ est l'ordonnée d'un point M situé sur le cercle trigonométrique

- **domaine de définition**: $\sin x$ est définie $\forall x \in \mathbb{R}$
- **propriété**: $\forall x \in \mathbb{R} \quad -1 \leq \sin x \leq 1$
- **périodicité**: $\sin x = \sin(x + 2\pi)$ fonction 2π -périodique
- **parité**: $\sin x = -\sin(-x)$ fonction impaire
- **signe**: $\sin x \geq 0$ pour $x \in [0; \pi]$

b. Tableau de variations

Etude réduite à $x \in [0; \pi]$ car $\sin x$ fonction impaire et 2π -périodique

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$f(x) = \sin(x)$	-1	1	-1

c. Représentation graphique

